

חינוך מתמטי בגיל הרך: המלצות להתחלות טובות



זמירה מברך

מבוא

מאמר זה מתמקד בנייר עמדה שפורסם בשנת 2000 על ידי שני איגודים מרכזיים בארה"ב: ארגון מורי המתמטיקה (The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) והאיגוד הלאומי לחינוך בגיל הרך (The National Association for the Education of Young Children (NAEYC) כותרת נייר העמדה: "חינוך מתמטי בגיל הרך: המלצות להתחלות טובות", "Early Childhood Mathematics: Promoting Good Beginnings".

בראשית המאמר נציג את הרקע התיאורטי לנייר העמדה, נדון בעקרונות ודרכי הוראה בחינוך המתמטי, ונסיים במספר המלצות על דרכי הערכה.

רקע תיאורטי

החל מהשנים הראשונות של הילד הקטן שזורה המתמטיקה בכל פעילותיו: הילד משווה כמויות, יוצר דגמים, מודד חפצים, בונה בקוביות וכדומה. זאת ועוד, יכולת מתמטית טובה מסייעת לילד להעניק משמעות לחייו מחוץ לבית הספר ומסייעת לו לבנות בסיס יציב להצלחה בבית הספר.

אנו חיים בעולם מתמטי. בכל פעם שאנו רוכשים מוצרים, בוחרים תוכנית ביטוח או בריאות, משתמשים בגיליון אלקטרוני, או קוראים דוחות כמותיים אנחנו מסתמכים על הבנה מתמטית. אינטרנט, תקליטורים, וכלי תקשורת אחרים מפיצים כמויות גדולות של מידע מהותי, הקשור באופן ישיר ועקיף לתחום המתמטיקה. גם מקומות העבודה דורשים יכולת חשיבה מתמטית גבוהה ומיומנויות מתקדמות בפתרון בעיות.

בעולם זה, יש לתת דגש מיוחד לתחום המתמטיקה. לכן לכל תלמיד מגיעה הזדמנות להבין את הכוח והיופי שבמתמטיקה. עלינו לשאוף למצב שבו לכל התלמידים תהיה נגישות להוראת מתמטיקה איכותית; למורים המקצועיים תהיה תמיכה סבירה וגישה מתמשכת להתפתחות מקצועית; תוכנית הלימודים תהיה עשירה במתמטיקה, ותזמן לתלמידים אפשרויות ללמוד מושגים מתמטיים ועקרונות מהותיים אשר יובילו לשליטה מקסימאלית. לתלמידים תהיה נגישות לטכנולוגיה שמרחיבה ומעמיקה את הבנתם המתמטית. יותר תלמידים ישאפו ללמוד מקצועות שיש בהם מומחיות מתמטית כגון: מתמטיקאים, סטטיסטיקאים,

מהנדסים ומדענים.

החזון המוצג לעיל, מצייר תמונת מצב אופטימאלית של לימוד המתמטיקה, אך אין הוא משקף את המציאות הקיימת ברוב הכיתות ובתי הספר. כיום, רבים מהתלמידים אינם מקבלים את הבסיס המתמטי לו הם זקוקים. במקרים רבים חסרה לתלמידים המוטיבציה ללמידה ולרוב, תוכניות הלימודים הקיימות אינן מתאימות לצרכיהם. חשוב, אם כן, שילדים ילמדו את העקרונות הבסיסיים של מתמטיקה וחשיבה כמותית שיאפשרו להם לחשב בצורה שוטפת ולפתור בעיות בצורה יצירתית ובתושייה רבה.

שפה מתמטית: מושגים והכללות

מקובל לחשוב כי מתמטיקה היא שפה. ככל שפה, גם מתמטיקה מורכבת מ"מילים" (כגון: ספרות, משתנים), "משפטים" (כגון: משוואות, ביטויים אלגבריים), סימנים וסמלים (כגון: סימני פעולות החשבון) וכללי "דקדוק" (כגון: כללי פתיחת סוגריים). השפה המתמטית מתייחסת לכמויות, סדר, גודל, מושגי זמן, צורות, שטחים, נפחים, הסתברויות וכיו"ב.

בד בבד עם רכישת השפה המדוברת, רוכשים ילדים גם את השפה המתמטית. כבר בגיל הרך ילדים משתמשים במושגים מתמטיים באופן טבעי בשיח היומיומי בהיותם בגן ובגן הילדים, בבית, בקניון ובמגרש המשחקים. בהגיעם לגיל הגן (4-5 שנים) ילדים מכירים מושגים מתמטיים רבים. הם בונים בעצמם אסטרטגיות לפתרון בעיות ויודעים להתאים את האסטרטגיות לסוג הבעיות אותן הם רוצים לפתור. עלינו לתת להם את ההזדמנויות ולעודד אותם לעסוק במתמטיקה. Baroody (1984) הראתה כי רוב הילדים בגיל הרך יודעים לספור. רבים מבינים את מבנה העשרת. הם יודעים לזהות מטבעות ולהפעיל עליהם פעולות חשבוניות בהקשרים של קנייה ומכירה. ילדים מחלקים באופן שווה ממתקים. הם מחברים ומפחיתים כמויות, ואף מבינים את מושג האפס. הם יכולים לזהות צורות גיאומטריות ולבנות מבנים גיאומטריים. כל זאת, תוך שימוש בשפה מתמטית.

ברם, חוקים מתמטיים רבים הנתפסים אצל המבוגר כמובנים מאליהם, לא בהכרח מובנים לילדים בגיל הרך. הילדים רוכשים אותם בהדרגה תוך כדי למידה מזדמנת.

Ginsburg (1988) הראה כי שינויי נוסח קלים משנים באופן משמעותי את קושי התרגיל. במחקרו הוא ביקש ילדי גן לפתור את הבעיה: "היו 5 ציפורים, ו-3 תולעים. כמה ציפורים היו יותר מתולעים?" נמצא כי בעיה זו הייתה קשה בהרבה מהבעיה "היו 5 ציפורים ו-3 תולעים. כל ציפור אכלה תולעת אחת. לכמה ציפורים לא היו תולעים?". ההבדלים בקושי נבעו מכך שהניסוח השני "כיוון" את הילדים לעשות התאמה חד-חד-ערכית בין הציפורים והתולעים בעוד שבניסוח הראשון, המלה "יותר" המקושרת בדרך כלל עם חיבור, הטעתה את הילדים ורמזה להם (בטעות) לחבר את מספר הציפורים ומספר התולעים.

טיפול השפה המתמטית הוא אחד מאבני היסוד בגן, כחלק מטיפולו השיח בכלל. שיחה מתמטית מתרחשת בין הילדים, בינם לבין עצמם, ובין ילדים למבוגרים (גננת, הורים, אחים, מבוגרים אחרים). העשרת השפה המתמטית והקפדה על דיוקה הם צעדים ראשונים להתחלה טובה.

אוריינות מתמטית

בשנים האחרונות מושם דגש רב על פיתוח וטיפול אוריינות מתמטית. המחקר הבינלאומי להשוואת מערכות חינוך שנערך בחסות הארגון לשיתוף פעולה ופיתוח כלכלי (OECD), PISA (2002), הגדיר אוריינות מתמטית כ"יכולת לזהות, להבין ולעסוק במתמטיקה, כמו גם היכולת להעריך את תפקידה של המתמטיקה בחיי היחיד החברה והמדע". על פי תפיסה זו, אוריינות מתמטית היא בעיקרה היכולת ליישם את הידע המתמטי והמיומנויות במגוון מצבים, ולא רק לבצע חישובים באופן טכני. ההדגשה על ה"עיסוק במתמטיקה" מרחיבה את ההגדרה מעבר לשליטה בתכנית הלימודים, גם לנטייה להפעיל חשיבה כמותית, להעריך את המתמטיקה ולטפח תובנה מתמטית (Number sense). גורמים אלה קשורים קשר הדוק לסקרנותו של הילד, הדימוי העצמי שלו, ועמדותיו כלפי "ממלכת המדעים".

אוריינות מתמטית כוללת שלושה מימדים: תכנים, תהליכים והקשרים.

התכנים: מתייחסים למקבץ של מושגים הקשורים זה בזה ומופיעים בהקשרים דומים. בספרות המקצועית מקבצים אלה נקראים Big ideas. בין השאר הם כוללים: כמויות, מרחבים וצורות, שינויים ויחסים, ומושגי אי וודאות. במסגרת אוריינות מתמטית מתייחסים למודלים של גדילה והקטנה ולא רק לפעולות חשבון של חיבור וחיסור.

תהליכים מתמטיים: גם בתחום התהליכים המתמטיים מתייחס מחקר PISA למקבצים של תהליכים, ולא תהליך בודד. המקבץ ה"פשוט" ביותר הוא מקבץ פעולות החשבון. המקבץ השני כולל פרוצדורות לפתרון בעיות מוכרות, "סטנדרטיות". ואילו המקבץ השלישי מתייחס לתהליכים רפלקטיביים- תהליכים הקשורים לחשיבה כמותית, הכללות, ניתוחים מתמטיים, זיהוי אלמנטים בסיטואציות שונות, שאלות שאלות וחיפוש פתרונות.

הקשרים: הקשרים הכוללים סיטואציות מחיי היומיום, סיטואציות בהן נתקל הילד כבר בגיל הגן ואף לפני כן, סיטואציות חברתיות וסיטואציות מדעיות.

אוריינות מתמטית בגיל הרך כוללת אם כן יכולות שאינן מסתכמות רק בביצוע חישובים ואמירת המספרים בסדר הנכון, אלא גם ביישום הידע המתמטי והמיומנויות המתמטיות בחיי היומיום, בנטייה להפעיל חשיבה מתמטית במיגון רחב של מצבים, ביכולת להשתמש בשפה מתמטית, ובהפעלת תהליכים מטהקוגניטיביים בהקשרים מתמטיים.

מטה-קוגניציה בתחום המתמטיקה

את המונח מטה-קוגניציה טבע פלבל (Flavel, 1979). הוא הגדיר מטה-קוגניציה כ"חשיבה על חשיבה" (cognition on cognition). על פי פלבל מטה-קוגניציה מתייחסת לשני מרכיבים: מודעות לתהליך הקוגניטיבי ובקרה על התהליך הקוגניטיבי. הגדרות ראשוניות אלה הביאו להתפתחותם של שני ערוצי מחקר בתחום המטה-קוגניטיבי. האחד התמקד ביכולתו של האדם להיות מודע לדרך בה הוא לומד, רוכש ידע, פותר בעיות, או מפעיל פעילות קוגניטיבית אחרת. הערוץ השני בדק כיצד האדם מבקר ומנתב (control and monitor) את התהליכים הקוגניטיביים אותם הוא עצמו מפעיל, לרבות התייחסות לאסטרטגיות אותן מפעיל האדם בכל שלבי פתרון בעיות: לפני הפתרון (כגון: תכנון), בעת הפתרון, ובתום הפתרון בהתבוננו "אחורה" על הפתרון ותהליך הפתרון. ואמנם המחקר מראה כי "מומחים" (experts) מפעילים תהליכים מטה-קוגניטיביים בתדירות גבוהה יותר וביעילות רבה יותר מ"טירונים" (novices). מומחים מודעים לתהליכים הקוגניטיביים של עצמם, מתכננים את הפתרון. במהלך הפתרון הם עוצרים לעיתים מנתחים את המצב, מציעים דרכי פתרון אחרות, מפעילים אסטרטגיות שונות, "שולטים" בזמן ובמשאבים אחרים העומדים לרשותם, מנתבים (monitor) את התקדמותם ומפעילים רפלקציה לאורך כל הדרך. ממצאים אלה הובילו לעיצוב תהליכי הוראה המכוונים את הלומד להפעיל תהליכים מטה-קוגניטיביים (Mevarech & Kramarski, 1997).

חוקרים בתחום הפסיכולוגיה ההתפתחותית הראו כי גם ילדים בגיל צעיר מאד מודעים לתהליכים הקוגניטיביים אותם הם מבצעים ואף את אלה שמבצעים אחרים. כבר בגיל שלוש, ילדים יכולים לדווח על אסטרטגיות זכירה ("מה אתה עושה כדי לזכור להביא משהו לגן"). בגיל 4-5 הם יכולים לתאר אסטרטגיות לפתרון בעיות במתמטיקה (Mevarech, 1995) ולהעריך נכונה את קושי המשימה ואיכות הפתרון ("זה לא הגיוני כי...").

בעשור האחרון מחקרים הראו את יעילותן של שיטות הוראה המדגישות את חשיבות השיח המתמטי והרפלקציה של הילד על דרכי הפתרון (Mevarech & Kramarski, 1997, 2003). במחקרים אלה אימנו את הילדים לשאול את עצמם שאלות מטה-קוגניטיביות בעת פתרון בעיות במתמטיקה: מה נדרש בבעיה, איזו אסטרטגיה מתאימה לפתור את הבעיה ומדוע? במה בעיה זו דומה או שונה מבעיות אחרות שהילד כבר פתר ומדוע, האם הפתרון הגיוני או האם ניתן לפתור את הבעיה בדרך אחרת ומדוע. סדרה ארוכה של

מחקרים הראו את השפעתה של הוראה מטה-קוגניטיבית זו אשר הובילה לשיפור ניכר בהישגי התלמידים במתמטיקה, ביכולת ההנמקה שלהם ובחשיבתם הכמותית.

אסטרטגיות הוראה מטה-קוגניטיביות נוספות שנמצאו יעילות בשיפור חשיבה מתמטית כוללות: עידוד תלמידים לחשוב בקול ולהסביר את הבעיה ודרך פתרונה (לא רק לומר את הפתרון בקול), להביא



תלמידים להיות מודעים לקשיים ספציפיים ולאסטרטגיות פתרון, לאמן תלמידים לכוון ולשלוט (control) בתהליכי פתרון בעיות, לעודד תלמידים לשער השערות ולהשתמש באסטרטגיות שונות בפתרון בעיות, ובעיקר לשאול את עצמם שאלות מטה-קוגניטיביות מהסוג הנ"ל. הדגש הוא על הסברים, נימוקים וקישוריות, ולא רק על הפתרון הסופי. החוקרים מדגישים, גם אסטרטגיות הוראה המכוונות את הילדים לתכנן את הפתרון ולארגן את המשאבים העומדים לרשותם, לשאול שאלות, לבחור באופן מודע את האסטרטגיות המתאימות, לחקור ולבדוק סיטואציות מתמטיות, להעריך את הקשיים שלהם עצמם, לשיים תהליכים, לערוך רפלקציה ותחקור – של תהליכי החשיבה. המורים והגננות צריכים להפעיל תהליכים אלה בעת ההוראה כדי להוות מודל לילדים.

כמו כן נמצא כי בלמידת עמיתים, כאשר ילד מסביר לעמיתו את הבעיה ודרך פתרונה, גם הילד המסביר נתרם וגם הילד מקבל ההסבר. נמצא כי הילד המסביר נתרם אף יותר מעמיתו. במהלך ההסבר, הילדים מפעילים באופן טבעי תהליכים מטה-קוגניטיביים. הם מסבירים, מנמקים, מכוונים ושולטים בתהליך הפתרון. אמנם רוב המחקרים בתחום זה התמקדו בתלמידי בית הספר, אך לאחרונה נמצאו ממצאים דומים גם בגיל הגן, שגם טיפוח תהליכים מטה-קוגניטיביים בעת פתרון בעיות במתמטיקה בגיל הרך (גני ילדים) נמצא בהלימה לסטנדרטים שנקבעו על ידי ה- NTCM שיוצגו בהמשך.

לדעת החוקרים, הוראה ישירה תוך שימוש בחומרים מוחשיים לא בהכרח מספקת חוויה חינוכית לילד הצעיר. לאמור, הצגת תבנית מוחשית ודרישה לחקות אותה, איננה מקדמת למידה מושגית. אולם, סוברים אותם חוקרים, גם הגשת החומרים לילדים כדי שישחקו בהם בצורה חופשית, איננו ערובה לחוויה חינוכית, שכן משחק חופשי ללא מטרה, כיוון, או משווא איננה מקדמת הבנת המושגים, רהיטות חשבונית, או חשיבה אסטרטגית מתמטית. מכאן מגיעים חוקרים אלו למסקנה ששימוש משמעותי בחומרים מוחשיים תתרחש קרוב לודאי במצב שבו הילדים יתבקשו להשתמש בידע הקודם (assimilation) כדי למצוא פתרונות משלהם (גילוי מודרך או גילוי מודרך גמיש).

התוכניות הנהוגות בארץ – סקירה כללית

תוכניות הלימודים במתמטיקה בארץ מושפעות לדעת אהרוני (תשס"ג) משתי רפורמות, שהתרחשו בארצות הברית, האחת בשנות השישים והאחרת בשנות התשעים.

הגישה הראשונה שהגיעה לארץ בתחילת שנות השבעים היתה ה New Math, שהתבססה על הגישה התבניתית. לדעתו, אף על פי שכבר בתחילת שנות השבעים התברר בארצות הברית שהשיטה לא העלתה את רמת ההישגי התלמידים היא יושמה בארץ בספרי "אחת, שתיים שלוש". לדעת אהרוני העובדה המצערת היא - שכיום בשנות האלפיים לומדים מרבית התלמידים משיטה שמקורה בארצות הברית בשנות השישים, והתבררה ככישלון בארה"ב עשר שנים לאחר מכן.

הגישה השנייה שהתפתחה בארצות הברית בשנות התשעים היתה: הסטנדרטים. לדעתו, הסטנדרטים המפתחים את גישת החקר, הגיעו לארץ לפני כחמש שנים והם מהווים את הבסיס לתוכנית הלימודים החדשה בחשבון. תוכנית זו התבססה על ה- NCTM, 1998 בסטנדרטים אלו, לדעתו, מדגישים את גישת החקר, יש שימוש נרחב במחשבוני ובתוכנת Excel, יש הפחתה מסיבית בלימוד האלגוריתמים

החשבונים וכן קיצוץ דרסטי בהוראת שברים.

לטענתו תוכנית הלימודים החדשה שהתפרסמה בשנה שעברה התבססה על סטנדרטים אשר לא הובאו לדיון ציבורי של אנשי חינוך ומדע.

אהרוני, מבקש לחולל שינוי בהוראת המתמטיקה בארץ. התוכנית שהוא מציע תביא לדעתו לשיפור המהותי בידיעותיהם המתמטיות של התלמידים. להלן עיקרי התוכנית כפי שהם מוצגים באתר האינטרנט של "העמותה הישראלית לקידום החינוך המתמטי לכל".

הוראה בשלושה שלבים

ההוראה נעשית בשלושה שלבים: מוחשי, ציורי, ולבסוף מופשט. עיקרון זה מוצהר במפורש בספרים, ומושם עליו דגש. למשל, לימוד השברים בכיתה א' מתחיל מהתנסות מוחשית, על ידי קיפול נייר, ואחר-כך מופיע השבר בתמונות, תחילה תמונות מציאותיות ולבסוף ציורים מופשטים.

דגש על משמעות הפעולות

"משמעות" של פעולה היא הקשר שלה למציאות. למשל חיבור משמעו צירוף, חיסור משמעו הרחקה. החישוב הוא רק שלב שני, שבא אחרי הבנת המשמעות. בספרים מוצגות הפעולות תחילה במשמעותן. רק לאט ובהדרגה נכנסות שיטות החישוב.

העקרונות מגיעים מן הילד

חוקי החשבון מופיעים בספרי "מתמטיקה יסודית" ב"בועות" היוצאות מפיהם של ילדים. זהו אמצעי מחוכם, המבטא עיקרון חשוב: הלמידה נעשית מתוך הילד. מאותה סיבה, הילד עצמו נדרש לחבר סיפורים חשבוניים (הכוונה היא שלתרגיל כמו $4+3$, למשל, יתאים סיפור דוגמת "ליוסי 3 תפוחים, לרינה 4 תפוחים, כמה תפוחים יש להם יחד?") רק מהתנסות עצמית אפשר להגיע להפנמה אמיתית של משמעות הפעולות.

הימנעות מקיבוע

רעיון מופשט צריך להיות מוצג באמצעות דוגמאות שונות המאפיינות אותו. דוגמאות אחידות מדי עלולות לגרום לבלבול בין הרעיון לבין הדוגמה. למשל, עצמים הנמנים תמיד באותו סדר יוצרים קיבעון בין מושג המספר לסידור מסוים; שברים המיוצגים תמיד כחלק של אותו שלם, למשל עיגול, יוצרים קיבעון במושג השבר.

ספרי "מתמטיקה יסודית" עושים מאמץ מודע להימנע מקיבוע. למשל, האיסוף לעשרות נעשה בדרכים שונות ומגוונות; השלם בשברים נלקח, החל מכיתה א', כריבוע, כעיגול, כמלבן, כתפוז אמיתי. הילד רואה שאפשר ליצור חצי מריבוע בדרכים רבות.

עקרונות מתמטיים נכונים

ספרי "מתמטיקה יסודית" מצטיינים בהבנה מתמטית עמוקה. הדברים מוצגים על פי סדר נכון, ובלי דילוג על שלבים.

הנה דוגמה להבנה שכזו: הפעם הראשונה בה מוצגת בספרים השיטה העשרונית. הילד מגיע מן הגן עם תפיסה מעורפלת של השיטה העשרונית. הוא יודע שכאשר מגיעים לעשר מתחילים לספור מחדש: "אחת עשרה, שתיים עשרה, שלוש עשרה..." במעומעם הוא מבין שה- "עֶשְׂרָה" משמעו שנאספה עשרת, ושמתחילים למנות מחדש. הספרים מתחילים בדיוק בנקודה זו, ונותנים לה ניסוח מפורש. בתמונה מוצגת תבנית ביצים עם עשר ביצים, ולידה ביצים בודדות, וילד מונה: "אחת עשרה, שתיים עשרה, שלוש עשרה..."

דוגמה נוספת: כבר בכיתה א' מלמדים ספרי "מתמטיקה יסודית" שלחילוק יש שתי משמעויות שונות, חילוק לחלקים וחילוק להכלה. מעבר לכך שההבחנה הזאת נחוצה להבנה עמוקה של החילוק, היא מפתחת את ההבחנה בדקויות של משמעות.

ספיראליות וחשיפה מוקדמת למושגים

גישתו של אהרוני היא כי חוזרים לכל מושג פעמים רבות, כל פעם ברמה גבוהה יותר. עיקרון נוסף הוא לחשוף את הילד למושגים מוקדם ככל האפשר, כדי להוסיף זמן הדגרה פורה בהבנת המושגים. כך, למשל, לומדים כבר בכיתה א' חילוק ושברים, ברמה אינטואיטיבית. בכיתה ב' יופיעו אותם מושגים בצורה מעט יותר מופשטת וכללית.

אחת התוצאות של הגישה הזאת היא שהמושגים שאליהם מגיעים בסוף כיתה ו' מתקדמים בהרבה ממה שמגיעים אליו בארץ כיום, והבנתם עמוקה יותר.

ביצוע החישובים ושליטה בהם

ביצוע חישובים של פעולות החשבון משמעו הבנה עמוקה של השיטה העשרונית. גם ההפך נכון: הבנה של השיטה העשרונית מחייבת יכולת חישוב. לכן מושם בספרים דגש על מיומנויות חישוביות. ששת העקרונות להוראת המתמטיקה שנוסחו במסמך הממזג של שני האיגודים (NCTM, NAEYC, 2000) הם:

הגינות – מצוינות בחינוך מתמטי דורשת להציב ציפיות גבוהות מכלל התלמידים, מלוות בתמיכה איתנה ומסיבית המאפשרת לכל אחד להצליח.

תוכנית לימודים – תוכנית הלימודים צריכה להיות יותר מאוסף של פעילויות: היא חייבת להיות קוהרנטית וממוקדת. היעדים צריכים להיות מנוסחים ומוגדרים היטב לגבי כל הגילאים.

הוראה – כדי שההוראה תהיה יעילה על המורים להבין לעומק מהם הידיעות הקודמות של הילדים ומה עליהם ללמוד. מידע זה יאפשר למורים לאתגר את תלמידיהם וליצור אווירה תומכת ללמידה טובה.

למידה – על התלמידים ללמוד מתמטיקה מתוך הבנה: עליהם ליצור הבנה של הידע החדש מתוך ניסיונם ומתוך ידיעותיהם הקודמות.

הערכה – ההערכה אמורה לשקף לא רק מיומנויות וחשיבה כמותית אלא גם את חשיבותה של המתמטיקה בחיי הילדים וכן לספק מידע מועיל למורים ולתלמידים.

טכנולוגיה – הטכנולוגיה של שנות ה-2000 הינה חיונית הן ללומדים והן למלמדים מתמטיקה. היא מוסיפה נדבך נוסף על הנלמד ומגבירה את המוטיבציה של התלמידים.

על בסיס עקרונות אלה קבע ה-NTCM (2000) את הסטנדרטים להוראת מתמטיקה בגיל הרך (preschools). הסטנדרטים כוללים חמישה תחומי תוכן וחמישה תהליכים. חמשת תחומי התכן הם:

- מספרים ופעולות חשבון
- אלגברה
- גיאומטריה
- מדידות
- ניתוח נתונים והסתברות.

במקביל לקביעת תקני התוכן, הגדיר ה-NTCM גם את חמשת תקני התהליכים והמיומנויות:

- פתרון בעיות
- הנמקה והוכחה (reasoning and proof)
- קישוריות (connections)
- תקשורת (communication)
- ייצוגיות (presentation).

ביחד, עשרת הסטנדרטים מהווים את הבסיס הנדרש להמשך לימודי המתמטיקה בבית-הספר ולתפקוד תקין במאה ה-21.¹

בישראל, כל תכניות הלימודים במתמטיקה חייבות לעבור את אישורו של משרד-החינוך. בשלב זה, משרד-החינוך עדיין לא פרסם את תכנית הליבה המחייבת למתמטיקה לילדי הגן. על כן קיימת כיום רק "תוכנית" כללית המכונה 'טיפוח חשיבה חשבונית בגיל הרך' (אתר משרד החינוך, האגף לחינוך קדם יסודי, תכניות לימודים, תשנ"ז). "תוכנית" זו היא למעשה ערכה המיועדת לגננת. הנחת היסוד היא שטיפוח חשיבה חשבונית בגיל הרך במסגרת הגן צריכה להיעשות בעזרת פעולות משמעותיות ברמת היכולת האישית של הילד. הערכה כוללת קלפים, מדבקות, כרטיסיות הפעלה וקלסר. הערכה כוללת ארבעה פרקים: ספירה ומנייה, השוואת קבוצות, ייצוג של כמויות ופתרון בעיות. לכל פרק מבוא, מטרות, פעילויות מתאימות משגרת הגן ומגוון פעילויות המשך. לפרק פתרון בעיות נלווים כלי עבודה ייחודיים, הכוללים: אתגרים רב כיווניים, כרטיסיות המאפשרות יצירת סיפורים חשבוניים ותבניות שונות, אתגרי ספירת מלאי, סדרת כרטיסים לניצול פעילויות שגרה בגן לשם טיפוח חשיבה חשבונית. על בסיס אתגרים אלו יכולות הגננות להמשיך לפתח כלים בהתאמה לקבוצת הילדים ולנושאים שעוסקים בהם בגן.



- תכנית הלימודים צריכה להיות מבוססת על מצבי הצלחה כדי ליצור אצל הילדים גישה חיובית כלפי המתמטיקה.
- תכנית הלימודים צריכה להתבסס על הידע הקודם של הילדים. על המורה לזהות את הידע והיכולות ולקשר את החומר החדש עם הידע הקיים.
- הוראת המושגים צריכה להיעשות בשלבים: מהמוחשי, לצירוי, למופשט, תוך שימוש בדוגמאות שונות על מנת להימנע מקיבוע.
- תכנית הלימודים צריכה לספק לתלמידים הזדמנויות לחקור את המושגים המתמטיים כדי להבינם לעומק.
- תוכנית הלימודים צריכה להציב בעיות אוטנטיות ורלוונטיות לחיי הילדים.
- יש לקשר את הפעילויות המתמטיות למקצועות נוספים ולתחומי דעת אחרים. לדוגמה, לתוכניות לפיתוח חשיבה חזותית יש זיקה להוראת הגיאומטריה.
- מתמטיקה נלמדת בגן באופן מודרך על ידי המורה המנחה את התלמידים, תוך שיתוף פעולה עם חברים עמיתים ובאופן עצמאי על ידי הילד.
- על הילדים להסביר ולנמק את חשיבתם המתמטית ודרכי הפתרון.

- לדעת ואן-דה-וול (2001), ההערכה טובה אינה מתבצעת על הילדים אלא עליה להתבצע יחד עם הילדים ומטרתה להדריך ולעודד את המלידה. כדי ליצור הערכה מאוזנת בגיל הצעיר חייבת הגננת לזמן לילד אפשרויות לדבר, להמליץ ולהציג את הידע שלו בדרכים שונות ומגוונות. ההערכה צריכה להיעשות בכל

זמן, בכל יום ובכל הזדמנויות שבה מתקיימת אינטראקציה בין הגננת והילדים.

מורים צריכים להעריך לא רק את איכות התוצרים אלא גם את איכות התהליך שהתלמידים עוברים כדי להגיע למוצר המוגמר.

ההערכה צריכה להתבצע בשלוש נקודות זמן: לפני תהליך הלמידה, תוך-כדי תהליך הלמידה ובסיום הלמידה.

כיצד נבצע הערכה טובה? –טכניקות הערכה

הוראה איכותית והערכה הולמת אינן בהכרח פעולות שונות ובעצם עליהן להתקיים במשולב. במילים אחרות, גננות יכולות להעריך את עבודת ילדי הגן באותו פרק זמן בו הן מספקות לילדים פעילויות למידה. הערכה יעילה היא פעולה מתמשכת, אשר תופסת חלק בלתי נפרד מתהליך ההוראה והלמידה והכוללת הזדמנויות יום יומיות לילדים להציג את הידע שלהם.

הערכה לילדים צעירים

כיוון שההבנה של ילדים צעירים אינה יכולה להימדד ישירות, חייבים להשתמש במגוון כלים ותהליכים על מנת שהראיות שיאספו יובילו למסקנות אמינות וברורות-תוקף.

ילדים צעירים מגלים את הבנתם ע"י עשייה, הצגה, וחשיפה. אסטרטגיות הערכה של צפייה, האזנה, ושאלת שאלות נוקבות חיוניות על מנת להעריך את ידיעותיהם והבנתם. על כן, **התצפית** היא המוקד החשוב ביותר להערכה בגיל הרך. גישה הוליסטית להערכה יעילה היא זו המביאה בחשבון את הרקע הפיזי, החברתי, הרגשי, הלשוני והתרבותי של הילד. בשנים המוקדמות, תצפיות בלתי פורמאליות יום יומיות מקדמות את הלמידה בצורה הכי יעילה. ולכן צריך לשים דגש רב על הערכה מעצבת מתמשכת. אסטרטגיה נוספת היא – **הראיון**. הראיונות יכולים להיות רשמיים או מזדמנים והם צריכים להיות ממוקדים על תוכן לימודי או מטלה ספציפית. הראיונות כוללים שאלות מובנות או חצי מובנות, כאשר תשובות הילד מספקות לגננת מידע חדש על תהליך הלמידה שלו. בדרך זו הגננות מסוגלות לאמוד כראוי את יכולתם הלימודית של הילדים, דבר העשוי להביא להישגים גבוהים במתמטיקה.

שיחות ודיונים

שיחות מתמטיות מאפשרות לאסוף אינפורמציה על תהליך התקדמות הלמידה ועל דרך חשיבתם של התלמידים. הדיון יכול להתקיים במצב של "אחד-לאחד" או בשיחה קבוצתית כשמטרת השיחה מוגדרת לילדים מראש: הם יכולים לדון בפתרון בעיה מסוימת, או לשתף אחד את השני בפרויקט שהם רוצים לעשות, או כל אופציה מוגדרת אחרת. השיחות המתמטיות מהוות סיטואציה טבעית לתקשורת מתמטית בין הילדים, בינם לבין עצמם או בין הילדים למורה.

פורטפוליו ודוגמאות עבודה

מטרת הפורטפוליו היא לאסוף דוגמאות של עבודות הילדים לאורך זמן. דוגמאות אלו כוללות מיומנויות של עפרון ונייר, מודלים, תמונות, ציורים, כתבות מעיתונים, או כל פעילות אחרת. האחריות לאיסוף החומרים מוטלת על הילד. הפורטפוליו מאפשר לילדים להציג את ידיעותיהם ואת יכולתם.

מטלות ועבודות שוטפות

מטלות יום-יומיות מספקות הזדמנות למשוב מיידי. משוב זה מאפשר לגננת להעריך האם הילדים מבינים את הנלמד בפרק הזמן הנוכחי.

יומנים

היומנים מאפשרים לילדים לשתף את האחרים בידע, בקשיים וברגשות הקשורים ללימוד מתמטיקה. תיעוד זה חשוב מאד לילדים הצעירים, שכן הוא מפתח בין השאר גם את יכולת ההבעה בכתב.

הערכה עצמית

יש לאפשר לילדים הזדמנויות להעריך את יכולתם.

אסטרטגיות אלו יחד עם מבחני סיכום ובחנים קצרים מספקים מידע מקיף על יכולתם המתמטית של הילדים הצעירים.

הערכת התוכניות החדשות במתמטיקה

קובעי מדיניות החינוך מחויבים לקבל החלטות המבוססות על עדויות מחקריות על מנת לעצב את תוכנית הלימודים במתמטיקה. גם את המורים והגננות מעסיקות לרוב שאלות הנוגעות לטיב ההוראה שלהם. סוטון (2002) פרסמה מאמר ובו היא מעלה לדיון את סוגיית הערכת התוכניות במתמטיקה. לדעתה אין בידינו מספיק מידע כדי לענות על שאלות לגבי אפקטיביות התוכניות השונות, למרות שהעקרונות והסטנדרטים להוראת מתמטיקה מגן עד יב', שפורסמו בשנת 2000 על ידי ארגון ה-NCTM עומדים על בסיס תיאורטי איתן ומקיף. סטנדרטים אלו מחברים בין המחקר לפרקטיקה של ההוראה ומאפשרים לאמוד את תוצאות הלמידה ואיכותה.

יש לקוות כי עם פרסום תוכנית הליבה למתמטיקה בחינוך הקדם יסודי, תתבהר התמונה באשר לתכנים, עקרונות, שיטות הוראה והערכה הנדרשות ליישום בגני הילדים ויהיה זה בסיס איתן למחקר בתחום החינוך המתמטי בגני הילדים בישראל.

פרופ' זמירה מברך, ראש בי"ס לחינוך, אוניברסיטת בר-אילן. חברת צוות ניהול אקדמי במרכז דע-גן. מעובד מתוך הדוח "ממחקר לעשייה בגיל הרך" בעריכת פנינה ש' קליין ויעקב ב' יבלון, האקדמיה הלאומית למדעים, תשס"ח. <http://www.academy.ac.il/data/egeret/86/EgeretArticles/early-childhood-education-hebrew.pdf>

לקריאה נוספת:

- באתר מרכז דע-גן, מדור מתמטיקה בגן: אסופת מאמרים, משחקים, סרטונים ופעילויות <http://www.schooly.co.il/da-gan>
- בן יהודה, מ. ואילני, ב. (2007). פיתוח חשיבה מתמטית בגיל הרך - תיאוריה, מחקר ומעשה בהכשרת מורים, מכון מופ"ת.
- תובל, ח. (2002). אוריינות מתמטית בגן הילדים, הד הגן, ד', 42-51.
- Early Childhood Mathematics: Promoting Good Beginnings (2000) A joint position statement of the National Association for the Education of Young Children (NAEYC) and the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
- Mevarech, Z. R. (1995). Metacognition, general ability, and mathematical understanding in Young children. Early Education and Development, 6, 155-168.
- Mevarech, Z. R., & Kramarski, B. (1997). IMPROVE: A multidimensional method for teaching mathematics in heterogeneous classrooms. American Educational Research Journal, 34, 365-394.
- Mevarech, Z. R. & Kramarski, B. (2003). The effects of metacognitive training versus worked-out examples on students' mathematical reasoning. British Journal of Educational Psychology, 73, 449-471.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM, 2000.