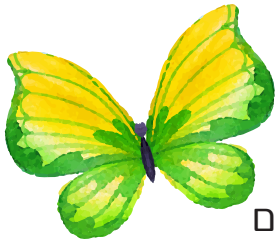




“ראיתי שני פרפרים” –

תפיסה ספונטנית של כמות ומאפיינים מתמטיים בסביבה אצל ילדים צעירים



טלי שכטר ואורנית ספקטור-לוי

יש ילדים צעירים שבאופן ספונטני מתייחסים לכמויות של אובייקטים ואירועים בסביבתם גם כאשר הם אינם נדרשים לכך באופן מפורש. הנטייה להתייחס באופן ספונטני לכמויות הומשה על ידי צוות מחקר מפינלנד בשם – SFON – Spontaneous Focusing On Numerosity, ונחקרה על ידם בהקשרים רבים ומגוונים. מאמר זה מסכם את הידע שהצטבר עד כה על התייחסות ספונטנית של ילדים לכמויות ומתאר דרכים שונות לחיזוק נטייה טבעית זו בגן הילדים.

הקדמה

מאמר זה מסכם מספר מחקרים של צוות חוקרים בראשות החוקרת Minna Hannula-Sormunen מפינלנד¹, אשר עוסקים בתחום של התפתחות חשיבה מתמטית מוקדמת אצל ילדים. החוקרת, יחד עם צוות המחקר, טבעה את המושג, SFON – Spontaneous Focusing On Numerosity, המתייחס לנטייתם של ילדים צעירים להתמקד באופן ספונטני בתכונות מתמטיות של אובייקטים בסביבתם, ובעיקר בכמויות, גם כאשר הם אינם נדרשים לכך באופן מפורש. הנטייה להתייחס לכמויות (למשל, למספר האובייקטים המופיעים בתמונה או מספר האירועים המתרחשים בסיטואציה מסוימת) נובעת מהפניה ספונטנית של הקשב לכמויות בהקשרים שאינם מתמטיים. הנטייה להבין יחסי כמויות היא נטייה ספונטנית, המתקיימת עוד טרם הלימוד הפורמלית של מושגים מתמטיים. במאמר זה נסקור נטייה זו על היבטיה השונים ואת הקשר שלה להצלחה והישגים בלימוד מתמטיקה בבית הספר היסודי.

נתחיל במשימה קצרה...

מה רואים בתמונה משמאל? כשמראים תמונה זו לילדי גן ומבקשים מהם לתאר מה הם רואים בתמונה, מרביתם עונים שהם רואים ילדים נוסעים ברכבת או באוטובוס. אבל, חלקם יתארו את התמונה בצורה מדויקת יותר ויגידו שהם

צעירים נחקרת מזה שנים רבות. ידוע שילדים צעירים מתאמנים בספירה ומנייה כבר מהשלבים המוקדמים של התפתחות שפתית ודיבור. מנייה מאפשרת לקבוע באופן מדויק את מספר האובייקטים שאנו רואים במקום ובהקשר מסוים (3 תפוחים בקערה), או את מספר האירועים (הכדור קפץ 3 פעמים). אולם יכולתם של ילדים צעירים לזהות כמויות, כלומר יכולתם להבחין במספר המדויק של הפריטים הנצפים (למשל שני כדורים), כמעט שלא נחקרה. תינוקות, כבר בראשית חייהם, מחזיקים ביכולת כמותית ראשונית. הכוונה היא להבנה לא מפורשת של כמויות, מספר סודר, מנייה ואריתמטיקה פשוטה, שהם הבסיס להתפתחות החשיבה המתמטית. מחקרים מראים שלרוב הילדים יש מנגנונים לא מודעים לזיהוי כמויות קטנות (בין 0–3), אולם חלק מהילדים אינם מתמקדים באופן ספונטני בכמויות גם

רואים 8 ילדים 6-7 קרטונים והגה אחד. הנטייה להתבונן בסביבה ולהבחין בכמויות (במספר הפריטים) היא נטייה ספונטנית אצל ילדים צעירים מאוד. אצל חלק מהילדים היא מופיעה באופן תכוף ובמגוון מצבים, ואצל אחרים היא נדירה. מה המשמעות של נטייה זו והאם יש לה חשיבות במהלך התפתחות החשיבה המתמטית של ילדים צעירים?

התפתחות מיומנויות ספירה ומנייה בגיל הרך

מספרים הם רכיב שפתי שנוצר על ידי האדם. מספר אינו רכיב מוחשי בסביבה הפיזית, אלא הוא קביעה שיצר האדם על מנת לתאר באופן מדויק את הסביבה בהתאם למטרותיו (לדוגמה, לתאר באופן מדויק את מה שהוא רואה או למנות על מנת לחלק באופן שוויוני פריטי מזון בין אנשים בקבוצה). התפתחות היכולות המתמטיות של ילדים



גן אורנים בכפר ויתקין, בניהולה של הגננת ריקי קורלי

¹ Department of Teacher Education & Centre for Learning Research, University of Turku, Finland

ספירה: אמירת מילות המספר ברצף לפי סדר מוסכם, בדרך כלל החל מ-1.
מנייה: התאמת מילות המספר לעצמים כדי לדעת את מספרם.
(מתוך: מתמטיקה - תכנית לימודים לנן הילדים בחינוך הממלכתי והממלכתי דתי, 2010)

מספרים שלמים: כוללים את המספרים השלמים החיוביים (המכונים גם המספרים הטבעיים), האפס והמספרים השלמים השליליים.
מספרים טבעיים: מספרים מונים פשוטים (1, 2, 3...), הקובעים את ריבוי של אוסף פריטים.
שברים: מבטאים יחסים בין מספרים שלמים.
מספר רציונלי: מספר שניתן לרשום אותו כמנה של שני מספרים שלמים p/q , כאשר $q \neq 0$.
(מתוך: יהושע, ר' (2003). המספרים הרציונליים והמספרים הטבעיים. נדלה מתוך: <http://lib.cet.ac.il/pages/sub.asp?item=0&page=2&author=1355>)

**רכישת מיומנויות
מנייה היא תהליך אטי
והדרגתי שלעיתים תלוי
בהתפתחות השפה.
הבנת מספר המונה
מתפתחת אצל הילד
בהדרגה, מהיכולת
המולדת הטרומ-שפתית
להבחין בכמות של עד
כשלושה אובייקטים ועד
לייצוג מדויק של הכמות
במילת מספר. לשפה
תפקיד חשוב במעבר
מהבחנה ספונטנית
בכמות ועד ליכולת
המודעת למנות ולייצג
כמות באמצעות מילת
מספר בכמויות הגדולות
משלוש, ובהמשך להבין
את מושג המספר**

כתהליך ספונטני (כלומר, יוזמה פנימית של הילד או הילדה, שאינה מתעוררת או מכוונת על ידי אחרים) של מיקוד תשומת לב להיבט של מספר מדויק של סט של אובייקטים או אירועים. ילדים המזהים ומתמקדים באופן ספונטני בכמויות, הם ילדים בעלי נטייה ספונטנית להבחין בכמויות. לעתים קרובות, בהתנהלותו הטבעית בסביבה, אנו נדרשים למקד את תשומת לבנו בעובדה שקיימים מספר פריטים בתוך סט, להגדיר את הסט ואז לזהות במדויק כמה פריטים יש בו. למשל, על השולחן, בין הספרים, יש קערת פירות; – אלו הם תפוחים; – 3 תפוחים. סטואציות אלה שונות במהותן ממצבים של למידת מתמטיקה באופן פורמלי, שבהם, בדרך כלל, מוצג סט פריטים מאוד מוגדר ומובחן ומספר הפריטים מוגדר ונתון: על השולחן קערת פירות עם 3 תפוחים. המושג 'סט של פריטים' הוא מושג מרכזי מאוד במנייה, חיסור, חיבור וכל הקשור במספרים טבעיים, והתפתחותו קריטית להתפתחות הבנת מושגים כמו בודדים, זוגות, שלישיות. מושג זה גם הכרחי להתמקדות בכמויות, מפני שכמות היא תכונה של סט של פריטים. זיהוי כמות דורש התמקדות במכלול מספר הפריטים

אם מדובר בכמות קטנה של אובייקטים. על מנת לקיים מנייה מדויקת, על הילד או ילדה לרכוש ולקיים חמישה עקרונות (Gallistel & Gelman, 1978):
1. עקרון ההתאמה החד-חד-ערכית: התאמת מילת מנייה אחת (מספר אחד) לכל פריט מקבוצת הפריטים.
2. העיקרון האורדינלי: לרצף מילות המנייה חייב להיות סדר קבוע (אחת, שניים, שלוש, ארבע...).

3. העיקרון הקרדינלי: המילה האחרונה במילת הרצף מייצגת את הערך הכמותי של הפריטים הנמנים (אחד, שניים, שלושה, ארבעה – יש ארבעה גורים בסלסלה).
4. עקרון ההפשטה: ניתן למנות פריטים שונים.
5. עקרון החילוף: סדר הפריטים הנמנים אינו חשוב.

שלושת העקרונות הראשונים עוסק בכללים של איך למנות, העיקרון הרביעי עוסק בהגדרה של מה למנות, והעיקרון החמישי משלב את כל התכונות של ארבעת העקרונות האחרים.

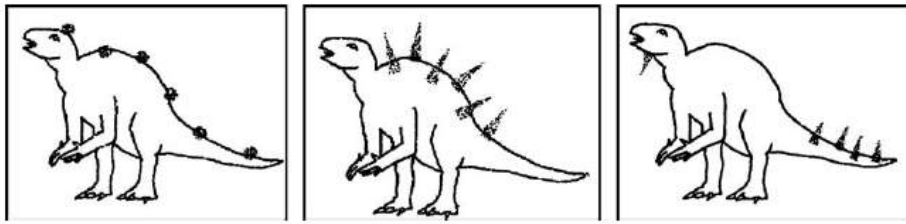
רכישת מיומנויות מנייה היא תהליך אטי והדרגתי שלעיתים תלוי בהתפתחות השפה. הבנת מספר המונה מתפתחת אצל הילד בהדרגה, מהיכולת המולדת הטרומ-שפתית להבחין בכמות של עד כשלושה אובייקטים ועד לייצוג מדויק של הכמות במילת מספר. לשפה תפקיד חשוב במעבר מהבחנה ספונטנית בכמות ועד ליכולת המודעת למנות ולייצג כמות באמצעות מילת מספר בכמויות הגדולות משלוש, ובהמשך להבין את מושג המספר (Spelke, 2003).

מהי התמקדות ספונטנית בכמויות?

התמקדות ספונטנית בכמויות (SFON – Spontaneous Focusing On Numerosity) מוגדרת כזיהוי ושימוש לא מודרך במספרים וכמויות במצבים שאינם מזוהים באופן מפורש כמצבים מתמטיים. אין הכוונה להתפתחות ספונטנית של מיומנויות או ידע. חשוב לציין שהשונות בין אנשים בנטייה להתמקד ספונטנית במספרים וכמויות אינה תלויה ביכולות מתמטיות. שונות זו היא כנראה תוצאה של תהליכי הפניית קשב והבחנה וכלל אינה מיומנות מתמטית. התמקדות ספונטנית בכמויות הוגדרה

בסט ולא רק בפריטים עצמם. הנטייה הספונטנית להתמקד בכמות מתייחסת לנטייה כללית למקד באופן ספונטני את תשומת הלב במספר מדויק של הפריטים, מעבר להיבטים אחרים של הקשרים וזמן. מאחר שזיהוי מדויק של מספר אינו תהליך אוטומטי לחלוטין שמתרחש בכל פעם שאדם פוגש במשהו שאותו יש צורך למנות, נדרשת הפניה של קשב, מיקוד תשומת הלב שלנו, על מנת שתהליך זיהוי מדויק של מספר אכן יתרחש וייעשה שימוש בפועל במספר שזוהה. אם אנו, כמבוגרים או כחוקרים, נדע למדוד התמקדות ספונטנית בכמויות נוכל להשתמש





איור: דינוזאורים עם בליטות וקוצים מתוך משימת המחקר התמונה מתוך:

Hannula, M. M. and Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. Learning and Instruction, 15, 237-256.

הילדים שבו באופן נורמלי הם מבססים את כישורי הספירה והמנייה שלהם לצורך בירור סוגיות אלה נבדקו 39 ילדים מפינלנד (18 בנות ו-21 בנים), כבני שלוש, שהתפתחותם נורמלית. היכולות המתמטיות של ילדים אלה נבדקו לאחר מכן פעמיים נוספות: בגיל 4.5 ובגיל 6. כל הבדיקות (משימות בעלות אופי מתמטי) בוצעו בחדר מוכר בגן של הילדים. המשימות כללו מספר קטן מאוד של אובייקטים כדי שכל הילדים יוכלו לבצע את המשימות. המשימות נעשו מורכבות יותר ויותר עם ההתקדמות במשימות ועם העלייה בגיל הנבדקים.

דוגמאות למשימות:

משימה לבני 3-4: תוכי צעצוע שיכול לבלוע הונח על השולחן לפני הילדה. ליד התוכי הונחה צלחת ובה כדורי זכוכית אדומים המסמלים גרגרי יער. החוקר ביקש מהילדה להתבונן במעשיו ולעשות כמוהו. החוקר 'האכיל' את התוכי בשניים או שלושה כדורי זכוכית אדומים. **משימה לבני 4-5:** לפני הילדה הונחה קופת חיסכון בצורת דובי ומטבעות כסף. גם כאן ביקש החוקר מהילדה להתבונן במעשיו ולעשות כמוהו. החוקר הכניס לקופת החיסכון שלוש מטבעות כסף. משימה נוספת לאותו גיל: על השולחן הונחו קופסת דואר ומעטפות כחולות ואדומות. בכל המקרים החוקר ביקש מהילדה להתבונן במעשיו ולעשות כמוהו, למשל להכניס לקופסת הדואר שתי מעטפות כחולות ומעטפה אחת אדומה. **משימה לבני 6:** על השולחן הונחו דפים עם ציור של דינוזאור ושלוש חותמות: אחת עגולה ושתיים בצורת משולש. החוקר הוסיף לציור הדינוזאור שלו בליטות (באמצעות החותמת העגולה) וקוצים (באמצעות החותמות המשולשות). הילדה התבקשו להתבונן במעשי החוקר ולאחר מכן הפך החוקר את הדף. הילדה התבקשו להוסיף לדינוזאור שלהם בדיוק אותן תוספות. התהליך התבצע שוב עם מספר שונה של תוספות על גב הדינוזאור (ראו איור).

למספר הכיסאות, הסכום והצלחות שעל השולחן, אלא יתמקד בהיבטים אחרים, למשל האופן שבו הגנת החזיקה את הכלים או הדרך שבה היא ערכה אותם על השולחן. אם כך, עוצמת הנטייה להתמקד באופן ספונטני בכמויות היא שונה בין ילדים שונים. התמקדות ספונטנית בכמויות היא תהליך מנטלי נפרד ושונה ממנייה. מנייה היא תהליך זיהוי כמויות מדויק, הדורש קודם כל זיהוי סט של אובייקטים ואחר כך התמקדות במספרים. יכולת זו באה לידי ביטוי אצל ילדים צעירים כאשר מספר האובייקטים קטן מאוד וכאשר המנייה או ההערכה הכמותית מתקיימת באופן מודע ומכוון. לעומת זאת, התמקדות ספונטנית בכמויות מתרחשת באופן לא מודע. מכיוון שזהו תהליך לא מודע, הערכת הכמויות יכולה להיות לא מדויקת. אולם, עצם התרגול של יכולת זו מרחיב את יכולת המנייה של הילדים לטווחים כמותיים גדולים יותר. בנוסף, התרגול מלמד את הפרט מתי להיעזר בכימות במשימות ובהקשרים שונים. ככל שיתבצע יותר תרגול, כך הילדה יתמקדו יותר ויותר בכמויות במשימות ובמצבים יותר ויותר מורכבים.

האם התמקדות ספונטנית בכמויות קשורה להתפתחות מיומנויות מתמטיות?

קבוצת המחקר מפינלנד ביקשה ללמוד על התמקדות ספונטנית בכמויות אצל ילדים צעירים. החוקרים ביקשו לבדוק האם הנטייה להתמקדות ספונטנית בכמויות תהיה יציבה אצל הילדים גם אם יתנו להם משימות מגוונות ולאורך זמן. בנוסף, החוקרים ביקשו לבדוק האם הנטייה להתמקדות ספונטנית בכמויות קשורה להתפתחות מיומנויות בשלב בחי

לאחר איסוף כל הנתונים הסיקו החוקרים כי קיימת שונות בין הילדים בנטייתם להתמקד באופן ספונטני בכמות: יש ילדים בעלי נטייה חזקה, יש ילדים בעלי נטייה חלשה ויש שאינם מראים נטייה זו כלל. מעניין לציין שרמת הנטייה האישית נשמרה בשלוש נקודות הזמן שבהן נערכה המדידה אצל כל ילד וילדה. כלומר, ילדים שהראו נטייה חזקה להתמקדות ספונטנית בכמויות בגיל 3, הראו נטייה חזקה גם בשתי המדידות הבאות, בגיל 4.5 ובגיל 6

במדידה זו כאינדיקטור לתכיפות שבה ילד או ילדה מתרגלים באופן עצמאי ספונטני זיהוי מדויק של מספרים וכמויות במצבים טבעיים ולא מכוונים. לדוגמה: ילד מתבונן כיצד הגנת עורכת שולחן בגן. ילד עם נטייה להתמקדות ספונטנית בכמויות ישים לב שהגנת ערכה שולחן לשישה ילדים. ילד ללא נטייה ספונטנית כזו לא ישים לב





מממצאי המחקר עולה כי הנטייה של ילדים להתמקד באופן ספונטני בכמות קשורה ביחס ישר למיומנויותיהם המתמטיות: יכולת מניית אובייקטים, פירוט רצף מספרי ומיומנויות חשבון בסיסיות. כמו כן, ילדים שלא הפגינו התמקדות ספונטנית בכמות והתקשו לזכור כמויות, הצליחו יפה כאשר החוקר סייע להם והנחה אותם באופן מפורש מה עליהם לעשות כדי להצליח במשימה



לב לכמויות באופן ספונטני. החוקרים שיערו שאם זו הסיבה, הרי שאם ילדים אלה יקבלו הכוונה מפורשת לשים לב לכמויות, הם יוכלו לציין את כמות הפריטים הנכונה. במחקר ההמשך נבדקו 183 ילדים, בני 6-7 שנים, שהיו עדיין בגן (102 בנים, 81 בנות). המשימות שנבדקו במחקר זה דומות לאלה שבוצעו במחקר הראשון, עם מספר שינויים מותאמי גיל. ממצאי מחקר ההמשך הראו הבדלים משמעותיים בין הנחקרים בנטייה להתמקד באופן ספונטני בכמות. ההבדלים בין הילדים לא נמצאו קשורים ליכולת שפתית, אינטליגנציה לא מילולית או הבנת הוראות. מממצאי המחקר עולה כי הנטייה של ילדים להתמקד באופן ספונטני בכמות קשורה ביחס ישר למיומנויותיהם המתמטיות: יכולת מניית אובייקטים, פירוט רצף מספרי ומיומנויות חשבון בסיסיות. כמו כן, ילדים שלא הפגינו התמקדות ספונטנית בכמות והתקשו לזכור כמויות, הצליחו יפה



בכל המשימות שתוארו עד כה, החוקרים תיעדו וקודדו את הפעולות והתגובות של הילדים, למשל: שיום מספרים; מניית אצבעות כדי לבטא מספרים; מנייה בלחישה או בהצבעה או עם הראש; הערות הקשורות בכמויות או מנייה, כמו "אוי, התבלבלתי בספירה"; הבעת מטרת המשימה באופן כמותי "צריך להגיד מספר מדויק". ילדה ציינה כבעלי נטייה להתמקדות ספונטנית בכמויות או במספרים אם ציינה את הכמות הנכונה ו/או אם נצפו מבצעים את הפעולות הללו. **משימה מורכבת לבני 6:** 27 קונסוסים מחודדים מעץ ('כובעים') הונחו בחצי עיגול. החוקר החזיק בובה קטנה של טרול המחזיק מטיל זהב, ולאחר מכן הניח אותה מתחת לאחד הכובעים לעיני הילדה. בשלב הבא החוקר ביקש מהילדה להביט לתקרה או הצדה על מנת שייאלצו להתיק את מבטם מהמקום שבו הוחבא הטרול. לאחר מכן התבקשו הילדה להצביע על הכובע שמתחתיו חבוי הטרול. אם הילדה הצביעה על הכובע הנכון, הם התבקשו להסביר כיצד זכרו באיזה כובע מתוך 27 הכובעים הוא הוחבא. תגובות הילדים תועדו על ידי החוקרים על פי הסברי הילדים: מנו את הכובעים; ידעו כמה כובעים יש לפני כובע המטרה; ידעו את המספר הסיידורי של הכובע. אם הילדה סתם ניחשו, החוקרים ציינו זאת כאי התמקדות בכמות. בנוסף, נבדקו היכולות המתמטיות של המשתתפים במחקר, כמו זיהוי מספר סודר, ספירה עד 50 ומנייה של מספר פריטים. לאחר איסוף כל הנתונים הסיקו החוקרים כי קיימת שונות בין הילדים בנטייתם להתמקד באופן ספונטני בכמות: יש ילדים בעלי נטייה חזקה, יש ילדים בעלי נטייה חלשה ויש שאינם מראים נטייה זו כלל. מעניין לציין שרמת הנטייה האישית נשמרה בשלוש נקודות הזמן שבהן נערכה המדידה אצל כל ילד וילדה. כלומר, ילדים שהראו נטייה חזקה להתמקדות ספונטנית בכמויות בגיל 3, הראו נטייה חזקה גם בשתי המדידות הבאות, בגיל 4.5 ובגיל 6. ולהפך - ילדים שהראו נטייה נמוכה בגיל 3, הראו נטייה נמוכה גם בבדיקות הבאות. בנוסף, נמצא יחס ישר בין הנטייה להתמקדות ספונטנית בכמות לבין מיומנויות מתמטיות אחרות, וגם להפך - רמת המיומנויות המתמטיות חזתה את רמת ההתמקדות הספונטנית בכמות. מאחר שבמחקר זה השתתפו 39 ילדים בלבד, החוקרים ביקשו לבדוק מדגם גדול יותר של ילדים. בנוסף, החוקרים ביקשו לברר האם ייתכן שאותם ילדים שלא הראו נטייה להתמקדות ספונטנית בכמויות, הם בעצם ילדים שעדיין לא התפתחו אצלם מיומנויות מתמטיות (כלומר, הם אינם יודעים עדיין לספור או למנות), ועל כן אינם שמים

האם ילדים עם נטייה ספונטנית לזיהוי כמויות בסביבתם בגיל צעיר יצליחו טוב יותר בהבנת נושא השברים בגיל מבוגר יותר. במחקר זה נבדקו 36 ילדים בני 6 (18 בנות ו-18 בנים), בגן, לפני כניסתם לבית הספר. על מנת להעריך את נטייתם להתמקד באופן ספונטני בכמויות, הם התבקשו לבצע את המשימות הבאות: תיבת הדואר עם מעטפות אדומות וכחולות, משימת המודל עם הדינזאורים ומשימת המציאה המורכבת עם הכובעים החרושים והטרול. בנוסף נבדקו יכולותיהם לספור (קדימה ואחורה). שש שנים לאחר מכן, כשאותם ילדים היו בני 12 ולמדו בבית הספר, נבדקה הבנתם המתמטית את נושא השברים.

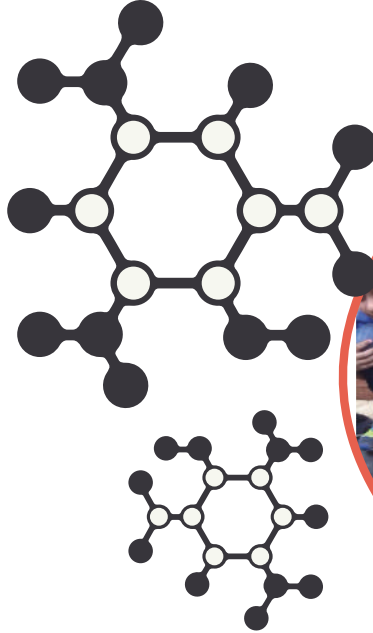
על מנת להעריך את הבנת המספרים הרציונליים – השברים, הילדים נשאלו 28 שאלות, חלקן שאלות רב-ברירה (למשל, סמן את השבר הגדול ביותר) וחלקן שאלות הדורשות תשובות קצרות (למשל, סדר את המספרים הבאים בסדר עולה, או: האם יש עוד שברים בין $\frac{3}{5}$ ל- $\frac{4}{5}$?). שלוש פעמים במהלך השאלון הילדים נשאלו שאלות כמו: למה זה (מצביעים על שבר מסוים) קטן מזה (מצביעים על שבר אחר)? איך אתה יודעת/זה הסדר הנכון של המספרים? איך אתה יודע איזה מספר גדול יותר? (מצביעים על שבר ועל מספר עשרוני). תוצאות המחקר הראו קשר חיובי בין הנטייה להתמקד באופן ספונטני בכמויות בגיל 6 לבין הבנה מושגית של מספרים רציונליים (שברים) בגיל 12. קשר זה יכול להיות מוסבר בכך שילדים עם נטייה חזקה להתמקדות ספונטנית בכמויות מבחינים במספרים ובכמויות בסביבת חייהם ובמהלך משחקיהם באופן לא מודע. הם מבחינים באפשרויות למניפולציה במספרים במצבים יומיומיים – מצבים לא מוגדרים ולא מתמטיים. אלה מצבים המזמנים עיסוק מתמטי ואינם דומים לסיטואציות מתמטיות בית ספריות, שבדרך כלל מתחילות בשאלה מוגדרת, דורשות פעולות מתמטיות ומסתיימות בפתרון מספרי מוגדר וברור. פעילות יומיומית לא מודעת יכולה להוביל את הילד להבנה שיש מצבים שבהם מספרים טבעיים אינם מספקים את כל הפעולות המתמטיות הנדרשות, למשל: כיצד נחלק שתי עוגיות לשלושה ילדים? ייתכן שילדים בעלי נטייה חזקה להתמקד באופן ספונטני בכמויות עוברים באופן קל יותר לחשיבה ומנייה מודעים, ובהמשך – להבנת מהות המספרים הרציונליים (שברים). לממצא זה השלכות על ההבנה של איך המעבר מחשיבה על מושגי מספרים טבעיים לחשיבה על מספרים רציונליים עשויה להיות מושפעת ונתמכת בתרגול יזום של מספרים במצבים יומיומיים.

החוקרים מציעים כי במחקרי המשך

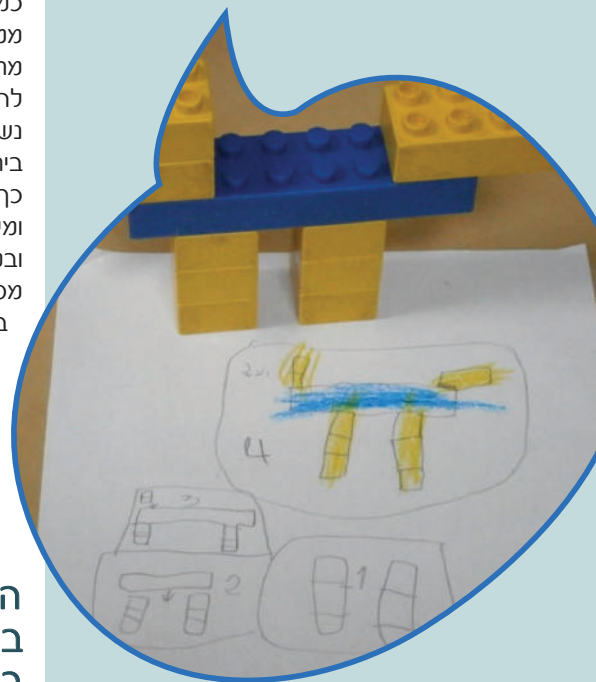
כאשר החוקר סייע להם והנחה אותם באופן מפורש מה עליהם לעשות כדי להצליח במשימה (למשל, "תזכור כמה פירות אני שם בפה של התוכי"). ממצאי המחקרים שתוארו עד כה מחזקים את השערת החוקרים שהנטייה להתמקד באופן ספונטני בכמות נשארת יציבה בין הגילאים 4-6 וקשורה ביחס ישר והדדי למיומנויות מתמטיות. ההתמקדות הספונטנית בכמות ומיומנויות מתמטיות מתפתחות במקביל ובמשולב. חוסר הנטייה של ילדים מסוימים להתמקד באופן ספונטני בכמות אינו נגרם עקב חוסר יכולתם להתמודד עם הדרישות הקוגניטיביות. בסיום המחקר הומלץ לבדוק במחקר המשך את הנטייה להתמקד באופן ספונטני בכמות בסיטואציות יומיומיות אותנטיות בגן, וכן לערוך מחקר המשך עם נבדקים רבים יותר ולאורך זמן.

האם הנטייה להתמקד באופן ספונטני בכמות בגיל הגן מנבאת הצלחה בלימודי מתמטיקה בבית הספר היסודי?

במחקר אחר שביצעה קבוצת המחקר מפינלנד ביקשו החוקרים לבדוק האם ילדים בגיל הגן בעלי נטייה מוקדמת חזקה להתמקדות ספונטנית בכמויות יצליחו טוב יותר בלימודי המתמטיקה שש שנים מאוחר יותר – בהבנת נושא השברים בבית הספר היסודי (שבר = מספר רציונלי). הבנת נושא המספרים הרציונליים (שברים) מעסיקה חוקרים רבים בחינוך המתמטי, וזאת מכיוון שתלמידים רבים, וגם מבוגרים, מתקשים להבין את מהות השבר ולבצע פעולות מתמטיות עם שברים. על כן, נושא זה מהווה אתגר חשוב בחינוך המתמטי, ומעניין לבדוק



גן כנרת בקריית אונו, בניהולה של הגננת ליאורה מוכתר



גן ערבה באריאל בניהולה של הגננת מלי ניסים

ניתן לקדם ולהעצים נטייה להתמקדות ספונטנית בכמויות באמצעות אינטראקציות עם מבוגר ועם אחרים, ואפילו לגרום לכך שהתהליך יהיה מהנה וטבעי לילדים בני שלוש. המחקר גם מראה שאפשר להעצים את נטיית הילדים להתמקד באופן ספונטני בכמויות גם במצבים חדשים, שאינם מוכרים להם

יידקו הממצאים על מדגם רחב יותר של נבדקים. בנוסף, הם מציעים לבדוק מדדים נוספים, כמו פעולות אלגבריות, אומדן סדרי גודל והנמקה לא מילולית, על מנת לקבוע את תפקידה המדויק של הנטייה להתמקד באופן ספונטני בכמויות בהתפתחות הבנת המספרים הרציונליים. לדעת החוקרים, ייתכן שהכוונה והעצמה של יכולות התמקדות בכמויות אצל ילדים שאינם מראים נטייה חזקה לכך בגילאי הגן, תאפשר לילדים להצליח יותר בלימודיהם במתמטיקה ולהבין טוב יותר מספרים טבעיים, רציונליים וכו'.

כיצד אפשר לעודד התמקדות ספונטנית בכמויות?

אם נטייה להתמקדות ספונטנית בכמויות בגיל הגן מנבאת הצלחה בלימודי המתמטיקה בבית הספר היסודי, הרי שמתבקש לשאול האם אפשר יהיה למנוע קשיים במתמטיקה אצל ילדים על ידי

העצמת הנטייה להתמקדות בכמות? מה מידת השפעת הגירויים בסביבת הילד ואו המבוגרים בסביבתו על נטייה זו? במסגרת אחד המחקרים, שבו השתתפו צוות מעונות יום לילדים בני שלוש, התקיים ניסוי שנמשך ארבעה שבועות. במסגרת הניסוי ערך הצוות החינוכי תצפיות ותיעד מצבים ואירועים שבהם כל ילד וילדה התמקדו באופן ספונטני במספרים וכמויות. בנוסף, באופן מכוון, הצוות החינוכי הפנה את תשומת לב הילדים למספרים וכמויות בהתנהלות היומיומית של הגן – במהלך הארוחה ("קחי שתי פרוסות"), בזמן איסוף צעצועים ("יופי, אספת שלוש מכוניות"), ובפעילויות מחוץ לגן ("תראו את שני הפרחים כאן"). במהלך ארבעת השבועות, הצוות החינוכי גם זימן לילדים משחקי התאמת מספרים וכמויות. בנוסף, הצוות החינוכי תלה על לוח הקיר דמויות של בעלי חיים, ומעת לעת, מבלי שהילדים ישימו לב, שינה את מספר הדמויות שעל הלוח. המטרה הייתה למשוך את תשומת לב הילדים באופן נסתר לכך שמספר הדמויות שעל הלוח משתנה מעת לעת

ולנסות לקבוע את מספרן. מאחר שמדובר בילדים צעירים, מספר הדמויות שהיה על הלוח היה בין 0 ל-3. הצוות החינוכי לא תרגל עם הילדים ספירה או מנייה. התקיימה רק הפניית קשב למספר האובייקטים בסביבה: שתי מכוניות כיבוי עברו ברחוב, שלוש חולצות דומות, שתי כפות מלאות דיסה. במהלך הניסוי תיעד הצוות החינוכי אירועים רלוונטיים. לדוגמה: הגננת הניחה קערית עם עוגיות על השולחן. ילדה בת 3 הבחינה לראשונה באופן ספונטני במספר המדויק: "שתי עוגיות" היא ציינה ספונטנית. באירוע אחר, ילד הבחין בעצמו באופן ספונטני בניירות שנפלו מהשולחן ואמר "שני ניירות נפלו על הרצפה". הצוות החינוכי שם לב שכאשר סט כלל פריטים דומים במראה או בצבע, היה קל יותר לילדים להתמקד בכמות. החוקרים שבו וצפו בילדים שישה חודשים לאחר הניסוי, והבחינו כי הילדים אכן הראו נטייה מוגברת יותר להתמקד במספרים וכמויות בהשוואה לתחילת הניסוי ובהשוואה לקבוצת ביקורת של ילדי גן שלא עברה התערבות דומה. ממצאים אלה מצביעים על



בלי להיות מודעים שזה מה שהם עושים ושכך מתפתחת החשיבה המתמטית שלהם. לרוב, גם המבוגרים – המחנכים והמטפלים שבסביבתם, לא שמים לב ולא מבינים שהילדים עוסקים במתמטיקה ומדברים מתמטיקה. למשל, כשקבוצת ילדים משחקים בחצר הגן והם אוספים ומביאים מספיק דליים כדי שלכל ילד יהיה דלי לשחק איתו, זו פעילות שיש בה מנייה סמויה והתאמה חד-חד-ערכית. דוגמאות אחרות הן ילדים ששמו לב ששני פרפרים עברו לידם או ילדים שהקימו במרכז הבובות משפחה של בובות המונה שני הורים ושני ילדים. מפתה מאוד להעלות השערות על מקורותיה של נטיית ההתמקדות הספונטנית בכמויות: האם היא מולדת, נרכשת או מבוססת סביבה ותרבות? אך בלי קשר למקורותיה, מה שנראה נכון ומועיל הוא לקיים פעילויות התומכות בה. הפניית תשומת לבם של הילדים להיבטים מתמטיים של משימות או אירועים בסביבתם מסייעת לילדים לרכוש את הכלים המספריים מבוססי התרבות ההכרחיים לחיים בחברה. תהליכים אלה עוזרים לילדים להבין את המטרות של משימות בעלות אופי מתמטי ואת האסטרטגיות הקוגניטיביות העומדות במרכזן של פעילויות יומיומיות רבות.

להפחית את תכיפות המקרים של קשיים במתמטיקה בכיתות בית הספר היסודי. נטייה ספונטנית להתמקדות במספרים וכמויות יכולה להיות מועצמת באמצעות אינטראקציות חברתיות עם מבוגרים ועם אחרים עוד בשלבי החינוך הקדם-יסודי. מיקוד תשומת הלב במספרים וכמויות, הרכבת 'משקפיים' מתמטיים' ורכישת הבנה מופשטת של מהות המספר, מהווים גורם חשוב בהתפתחות מיומנויות חישוביות. הנטייה להתמקד בכמויות היא אולי צעד משמעותי אצל ילדים בדרך לאימוץ תפיסות מתמטיות משמעותיות כחלק מתפיסת העולם שסביבם. יש הטוענים כי הניסיונות הראשוניים של ילדים צעירים לספור הם הרמז הראשון עבור המבוגר המטפל בילד שכדאי להתחיל לכוון את הילד ולסייע לו בהתפתחות מיומנויות כמותיות. ממצאי המחקרים שתוארו במאמר זה מראים כי ייתכן שפעילות לא פורמלית בעלת אופי מתמטי יכולה לספק יתרונות ארוכי טווח במניעת אינטואיציות לא מדויקות לגבי מושג המספר ומהות המספר. פעילויות מתמטיות לא פורמליות כגון על ידי הכותבים messy math. בעת שילדים מבצעים פעילויות כאלה הם עוסקים במתמטיקה ומדברים מתמטיקה

כך כי ניתן לקדם ולהעצים נטייה להתמקדות ספונטנית בכמויות באמצעות אינטראקציות עם מבוגר ועם אחרים, ואפילו לגרום לכך שהתהליך יהיה מהנה וטבעי לילדים בני שלוש. המחקר גם מראה שאפשר להעצים את נטיית הילדים להתמקד באופן ספונטני בכמויות גם במצבים חדשים, שאינם מוכרים להם, כפי שיפורט בהמלצות בהמשך.

סיכום

נמצא שנטייה להתמקד באופן ספונטני בכמות תורמת להתפתחות החשיבה המתמטית של ילדים צעירים, מינקות ועד גיל 12. על פי ממצאי החוקרים, ההבדלים בין ילדים מבחינת עוצמת נטייתם להתמקד באופן ספונטני בכמויות יכולים להסביר את ההבדלים ביכולות המתמטיות בין ילדים בגילאי בית הספר. נמצא כי ילדים בעלי נטייה להתמקדות ספונטנית בכמויות יגיעו להישגים גבוהים יותר במתמטיקה בבית הספר היסודי. נטייה זו אינה קשורה למיומנויות קריאה ולדרישות קוגניטיביות. הנטייה להתמקדות ספונטנית בכמויות יכולה להוות כלי אשר באמצעות העצמתו אפשר יהיה לקדם את התפתחות החשיבה המתמטית של הילדים, ולמנוע או

מיקוד תשומת הלב במספרים וכמויות, הרכבת 'משקפיים' מתמטיים' ורכישת הבנה מופשטת של מהות המספר, מהווים גורם חשוב בהתפתחות מיומנויות חישוביות. הנטייה להתמקד בכמויות היא אולי צעד משמעותי אצל ילדים בדרך לאימוץ תפיסות מתמטיות משמעותיות כחלק מתפיסת העולם שסביבם





גן הכרמים במבשרת ציון, בניהולה של הגננת רבקה מסילתי

המלצות מעשיות לחיזוק הנטייה להתמקד בכמויות בשגרת הגן:

- לזמן לילדי הגן משחקים מתמטיים או משחקים בעלי אופי מתמטי באופן שגורתי ותכוף.
- לאפשר לילדים לשחק בזוגות או בקבוצות קטנות במשחקים מתמטיים על מנת לזמן שיח מתמטי.
- להקפיד לשבת ולשחק עם הילדים במשחקים מתמטיים, ולעודד שיח, המללה ומתן הסברים של הילדים על המהלכים שהם מבצעים.

- לעקוב אחר מידת הנטייה הספונטית של ילדי הגן להתמקד במספרים וכמויות ולתעד אותה.
- להקפיד על אזכור מאפיינים מתמטיים וכמויות במהלך ההתנהלות השוטפת בגן. למשל: "יופי, אספת את ארבע הבובות", "הגג שבניתם עם שלושת הגופים נראה מאוד יציב", "כל ילד יאסוף בחצר ארבעה משחקים".
- להכין לוח על הקיר שבו מוצגים אובייקטים מסוימים, ומדי כמה ימים לשנות את מספר האובייקטים מבלי שהילדים ישימו לב. לתעד מי מהילדים שמים לב לשינוי ומה הם אומרים. למשל, בלוח בנושא מבשרי הסתיו לשנות מדי פעם את מספר הדמויות של הנחילאלי או החצבים.
- לשים לב מי מהילדים הם בעלי נטייה נמוכה, או חסרי נטייה כלל, להתמקד בכמויות ולכוון אותם לשים לב למספרים וכמויות באופן לא פורמלי. למשל: "עזור לי בבקשה להחזיר למקום את ארבע הקופסאות הללו", "תראי את הציפורים שצומדות על הגדר, כמה ציפורים יש שם?".

רשימת ספרות

- Gelman, R. and Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Hannula, M. M. and Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction*, 15, 237-256.
- Hannula, M. M., Lepola, J. and Lehtinen, E. (2010). Spontaneous focusing on numerosity as a domain-specific predictor of arithmetical skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 107, 394-406.
- Hannula, M.M., Räsänen, P. and Lehtinen, E. (2007). Development of counting skills: Role of spontaneous focusing on numerosity and subitizing-based enumeration. *Mathematical Thinking and Learning*, 9, 51-57.
- Hannula-Sormunen, M. M. (2014). Spontaneous focusing on numerosity and its relation to counting and arithmetic. In: R. Cohen-Kadosh and A. Dowker (Eds.) *Oxford handbook of mathematical cognition*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- McMullen, J., Hannula-Sormunen, M. M. and Lehtinen, E. (2014). Spontaneous focusing on quantitative relations in the development of children's fraction knowledge. *Cognition and Instruction*, 32, 198-218.
- McMullen, J., Hannula-Sormunen, M. M. and Lehtinen, E. (in press). Preschool spontaneous focusing on numerosity predicts rational number knowledge six years later. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*.
- Spelke, E. (2003). What makes us smart? Core knowledge and natural language. In D. Gentner and S. Goldin-Meadow (Eds.), *Language in mind*. Cambridge, MA: MIT Press.

טלי שכטר, סגנית מנהלת מרכז דע-גן, בית הספר לחינוך, אוניברסיטת בר אילן. רכזת הדרכה במרכז ההדרכה לגיל הרך במרכז פסג"ה אריאל. מרצה בתחומי המתמטיקה, מדע וטכנולוגיה, האגף לחינוך הקדם-יסודי במשרד החינוך. דוא"ל: talyshechter@gmail.com

ד"ר אורנית ספקטור-לוי, מנהלת מרכז דע-גן, מרצה וחוקרת במגמה להוראת המדעים בבית הספר לחינוך, אוניברסיטת בר אילן. דוא"ל: ornitsl@gmail.com